14.1 整式的乘法

14.1.1 同底数幂的乘法

问题 1　一种电子计算机每秒可进行 1 千万亿（10^{15}）次运算，它工作 10^3 s 可进行多少次运算？

在 2010 年全球超级计算机排行榜中，中国首台千万亿次超级计算机系统“天河一号”雄居第一，其实测运算速度可以达到每秒 2 570 万亿次.

它工作 10^3 s 可进行运算的次数为 $10^{15}\times10^3$. 怎样计算 $10^{15}\times10^3$ 呢？

根据乘方的意义可知

$$\begin{aligned}10^{15}\times10^3&=(\underbrace{10\times\cdots\times10}_{15个10})\times(10\times10\times10)\\&=\underbrace{10\times10\times\cdots\times10}_{18个10}\\&=10^{18}.\end{aligned}$$

探究

根据乘方的意义填空，观察计算结果，你能发现什么规律？

(1) $2^5\times2^2=2^{(\quad)}$；

(2) $a^3\cdot a^2=a^{(\quad)}$；

(3) $5^m\times5^n=5^{(\quad)}$（m，n 是正整数）.

一般地，对于任意底数 a 与任意正整数 m，n，

$$\begin{aligned}a^m\cdot a^n&=(\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{m个a})\cdot(\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n个a})\\&=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{(m+n)个a}=a^{m+n}.\end{aligned}$$

因此，我们有

$$\boxed{a^m\cdot a^n=a^{m+n}\ (m，n\ 都是正整数).}$$

即**同底数幂相乘，底数不变，指数相加.**

例 1 计算：

(1) $x^2 \cdot x^5$；　　(2) $a \cdot a^6$；

(3) $(-2)\times(-2)^4\times(-2)^3$；　　(4) $x^m \cdot x^{3m+1}$.

解：(1) $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$；

(2) $a \cdot a^6 = a^{1+6} = a^7$；

(3) $(-2)\times(-2)^4\times(-2)^3 = (-2)^{1+4+3} = (-2)^8 = 256$；

(4) $x^m \cdot x^{3m+1} = x^{m+3m+1} = x^{4m+1}$.

$a = a^1$.

练习

计算：

(1) $b^5 \cdot b$；　　(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3$；

(3) $a^2 \cdot a^6$；　　(4) $y^{2n} \cdot y^{n+1}$.