

## 9.1 不等式

### 9.1.1 不等式及其解集



**问题** 一辆匀速行驶的汽车在 11:20 距离 A 地 50 km, 要在 12:00 之前驶过 A 地, 车速应满足什么条件?

**分析:** 设车速是  $x$  km/h.

从时间上看, 汽车要在 12:00 之前驶过 A 地, 则以这个速度行驶 50 km 所用的时间不到  $\frac{2}{3}$  h, 即

$$\frac{50}{x} < \frac{2}{3}. \quad \textcircled{1}$$

从路程上看, 汽车要在 12:00 之前驶过 A 地, 则以这个速度行驶  $\frac{2}{3}$  h 的路程要超过 50 km, 即

$$\frac{2}{3}x > 50. \quad \textcircled{2}$$

式子①和②从不同角度表示了车速应满足的条件.

像①和②这样用符号“ $<$ ”或“ $>$ ”表示大小关系的式子, 叫做**不等式** (inequality). 像  $a+2 \neq a-2$  这样用符号“ $\neq$ ”表示不等关系的式子也是不等式.

有些不等式中不含未知数, 例如  $3 < 4$ ,  $-1 > -2$ . 有些不等式中含有未知数, 例如①和②式中字母  $x$  表示未知数.



虽然①和②式表示了车速应满足的条件, 但是我们希望更明确地得出  $x$  应取哪些值. 例如对不等式②, 当  $x=80$  时,  $\frac{2}{3}x > 50$ ; 当  $x=78$  时,  $\frac{2}{3}x > 50$ ; 当  $x=75$  时,  $\frac{2}{3}x = 50$ ; 当  $x=72$  时,  $\frac{2}{3}x < 50$ . 这就是说, 当  $x$  取某些值 (如 80, 78) 时, 不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  成立; 当  $x$  取某些值 (如 75, 72) 时, 不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  不成立. 与方程的解类似, 我们把使不等式成立的未知数的值叫做**不等式的解**.



例如 80 和 78 是不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  的解，而 75 和 72 不是不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  的解。



### 思考

除了 80 和 78，不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  还有其他解吗？如果有，这些解应满足什么条件？

可以发现，当  $x > 75$  时，不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  总成立；而当  $x < 75$  或  $x = 75$  时，不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  不成立。这就是说，任何一个大于 75 的数都是不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  的解，这样的解有无数个；任何一个小于或等于 75 的数都不是不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  的解。因此， $x > 75$  表示了能使不等式  $\frac{2}{3}x > 50$  成立的  $x$  的取值范围，它可以在数轴上表示（图 9.1-1）。



图 9.1-1

在表示 75 的点上画空心圆圈，表示不包含这一点。

由上可知，在前面问题中，汽车要在 12:00 之前驶过 A 地，车速必须大于 75 km/h。

一般地，一个含有未知数的不等式的所有的解，组成这个不等式的**解集**（solution set）。求不等式的解集的过程叫做**解不等式**。

由不等式①能得出这个结果吗？

### 练习

1. 用不等式表示：

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (1) $a$ 是正数；        | (2) $a$ 是负数；         |
| (3) $a$ 与 5 的和小于 7； | (4) $a$ 与 2 的差大于 -1； |
| (5) $a$ 的 4 倍大于 8；  | (6) $a$ 的一半小于 3。     |

2. 下列数中哪些是不等式  $x+3>6$  的解? 哪些不是?

-4, -2.5, 0, 1, 2.5, 3, 3.2, 4.8, 8, 12.

3. 直接说出下列不等式的解集:

(1)  $x+3>6$ ;

(2)  $2x<8$ ;

(3)  $x-2>0$ .